ANALISIS EVOLUSI MATRIK ASAL TUJUAN (MAT) MENGGUNAKAN METODE GRAFIK REPRESENTASI MATRIK

Tas'an Junaedi [1]

Abstrak

Matrik Asal Tujuan (MAT) sebagai salah satu bentuk informasi pola perjalanan mempunyai peranan yang sangat penting dalam banyak studi transportasi. Estimasi MAT dari data arus lalulintas adalah merupakan salah satu metode untuk mengestimasi MAT, namun fluktuasi arus lalulintas akan mengakibatkan MAT hasil estimasi mengalami evolusi. Grafik Representasi Matrik yang dalam proses perhitungan dan penggambarannya menggunakan nilai karakteristik matrik (eigen value dan eigen vector) dapat menunjukkan letak masing-masing matrik yang berbeda dalam grafik dan memiliki sensitifitas yang tinggi terhadap perubahan isi sel matrik. Sehingga grafik representasi m[1]atrik dapat digunakan untuk melihat pola evolusi MAT dinamis.

Kata kunci : MAT, eigen value, eigen vector, grafik representasi matrik

[1] Staf Pengajar Jurusan Teknik Sipil Universitas Lampung
Jl. Sumantri Brojonegoro No.1 Bandar Lampung

1. PENDAHULUAN

Matrik Asal Tujuan (MAT) sebagai salah satu bentuk informasi pola perjalanan mempunyai peranan yang sangat penting dalam banyak studi transportasi. Setiap usaha yang dilakukan untuk menanggulangi permasalahan yang ditimbulkan oleh transportasi seperti kemacetan, polusi suara dan udara, pencemaran lingkungan dan sebagainya, selalu membutuhkan informasi tentang pola perjalanan. Apabila MAT dibebankan pada ruas jalan, maka akan menghasilkan pola arus lalulintas. Dengan mempelajari pola tersebut dapat diidentifikasikan permasalahan yang timbul dan beberapa solusi yang dapat dilakukan.

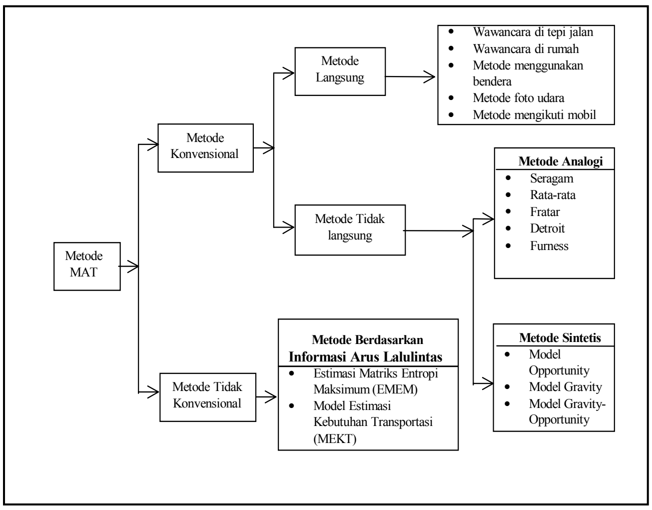
Konsep pengembangan model estimasi MAT dinamis dengan memanfaatkan data *Area Traffic Controll System (ATCS)* pada prinsipnya adalah pemanfaatan data arus lalulintas yang direkam oleh alat detektor (*loop detector*) sebagai data arus lalulintas waktu nyata dan kemudian digunakan untuk membuat MAT dinamis dengan melalui beberapa tahapan estimasi. Konsep ini merupakan jawaban dari adanya kendala biaya dan waktu yang sangat besar dalam pembuatan MAT dengan cara konvensional.

Kondisi arus lalulintas di tiap ruas tidak konstan, tetapi selalu mengalami perubahan atau berfluktuasi selama periode waktu bulan-an, hari-an, jam-an, maupun menit-an. Hal ini diakibatkan adanya variasi jumlah dan arah pergerakan kendaraan, orang, maupun barang pada periode waktu tersebut. Melihat fenomena ini, fluktuasi yang terjadi pada arus lalulintas akan mempengaruhi bentuk MAT dinamis yang dihasilkan. Oleh karena itu perlu dicari metode yang bisa digunakan untuk melihat pola evolusi MAT tersebut.

2. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Matrik Asal Tujuan (MAT)

MAT merupakan matrik berdimensi dua yang berisi informasi tentang jumlah pergerakan antar zona di dalam suatu daerah tertentu. Dalam sistem transportasi, MAT biasanya menggambarkan arus lalulintas, orang atau barang yang bergerak dari satu tempat (asal) ke tempat lain (tujuan) pada suatu waktu tertentu. Ada dua metode untuk mendapartkan MAT, yaitu Metode Konvensional dan Metode Tidak Konvensional.



Gambar 1. Metode Estimasi MAT

2.2 Fluktuasi Arus Lalulintas

Volume arus lalulintas bervariasi pada periode waktu bulan-an, hari-an, jam-an, dan menit-an. Hal ini sangat penting untuk dimengerti oleh seorang analis lalulintas terutama pada saat mengestimasi nilai arus lalulintas pada suatu periode waktu berdasarkan nilai arus lalulintas pada periode waktu yang lain. *May (1990).*

Sebagaimana volume lalulintas bervariasi terhadap musim atau bulan-an, hari-an, dan jam-an, volume lalulintas juga bervariasi dalam menit-an. Fluktuasi arus lalulintas pada periode waktu yang lebih pendek akan nampak lebih jelas, dan variasi arus lalulintasnya lebih tinggi.

Ada tiga penggolongan pola fluktuasi arus lalulintas dalam menitan, yaitu :

1. *Random traffic flow*, pola ini terjadi ketika arus lalulintas sangat rendah jika dibandingkan dengan kapasitas ruas jalan dan pola munculnya kebutuhan arus lalulintas tidak teratur (acak). Pola ini sering dijumpai pada jalan luar kota yang bervolume lalulintas rendah. Nilai PHF untuk arus ini berkisar antara 0 – 0,8.
2. *Constant traffic flow*, pola ini terjadi ketika arus lalulintas mendekati atau melebihi kapasitas ruas jalan. Pola ini banyak dijumpai pada jalan-jalan dalam kota dan terjadi pada periode jam puncak. Nilai PHF berkisar antara 0,9 – 0,98.
3. *Intermediate traffic flow*, terjadi jika arus lalulintas tidak melebihi kapasitas ruas jalan dan kedatangan arus tidak acak tetapi lebih cenderung teratur. Nilai PHF antara 0,8 dan 0,9.

Untuk menganalisa *intermediate traffic flow* ini *Highway Capacity Manual (HCM)* menganjurkan menggunakan faktor jam puncak *(peak hour foctor / PHF)* sebagai indikator fluktuasi arus lalulintas dalam menitan. PHF didefinisikan sebagai perbandingan antara total arus lalulintas dalam satu jam dengan arus lalulintas puncak menit-an selama satu jam. Jika periode perhitungan arus lalulintas yang digunakan 5 menit-an, nilai PHF didapat dengan persamaan :

$$PHF = \frac{V_{60}}{12 \times V_5} \quad \text{...}(1)$$

dimana : V_5 = nilai arus 5 menit-an tertinggi dalam satu jam
V_{60} = nilai arus total dalam satu jam yang sama
PHF = peak hour faktor

Nilai PHF berkisar antara 0 – 1. Semakin kecil nilai PHF (mendekati 0), maka fluktuasi arus lalulintas selama satu jam tersebut semakin besar. Sebaliknya jika semakin besar nilai PHF (mendekati 1), maka fluktuasi arus lalulintasnya semakin kecil (cenderung datar). Dalam kenyataannya nilai PHF umumnya berkisar antara 0,7 – 0.98.

2.3 Karakteristik Matrik

Karakteristik suatu matrik ditunjukkan dalam suatu nilai yang disebut *eigenvalue* dan *eigenvector.* Kata “*eigenvalue* dan *eigenvector*” merupakan ramuan dari bahasa Jerman dan Inggris. Dalam bahasa Jerman “eigen” dapat diterjemahkan sebagai “sebenarnnya” atau “karakteristik”; oleh karena itu *eigenvalue* atau nilai eigen dapat kita terjemahkan sebagai nilai sebenarnya atau nilai karakteristik, dan *eigenvector* atau vektor eigen dapat kita terjemahkan sebagai vektor sebenarnya atau vektor karakteristik. Dalam literatur lama eigenvalue kadang-kadang disebut sebagai akar-akar latent, *Howard Anton (1995)*.

Jika A adalah matrik n x n, maka vektor taknol x di dalam R^n dinamakan *eigenvector* dari A jika Ax adalah kelipatan skalar dari x; yakni,

$$Ax = \lambda x \quad \text{...(2)}$$

untuk suatu skalar λ. Skalar λ dinamakan nilai eigen dari A dan L dikatakan vektor eigen yang bersesuaaian dengan λ. Vektor eigen A yang bersesuaian dengan nilai λ adalah vektor taknol L yang memenuhi $Ax = \lambda x$. Secara ekivalen, vektor eigen yang bersesuaian dengan λ adalah vektor taknol dalam ruang pemecahan dari $(\lambda I - A)x = 0$.

Untuk mencari nilai eigen matrik A yang berukuran n x n, maka kita menuliskan kembali $Ax = \lambda x$ sebagai

$$Ax = \lambda I x \qquad \text{atau secara ekivalen} \qquad (\lambda I - A) = 0 \text{ ……………………….(3)}$$

Supaya λ menjadi nilai eigen, maka harus ada pemecahan taknol dari persamaan ini. Persamaan (2.29) di atas akan mempunyai pemecahan taknol jika dan hanya jika

$$\det(\lambda I - A) = 0 \quad \text{...(4)}$$

Ini dinamakan *persamaan karakteristik A*; skalar yang memenuhi persamaan ini adalah nilai eigen dari A. Bila diperluas, maka determinan det $(\lambda I - A)$ adalah polinom λ yang kita namakan *polinom karakteristik* dari A. Hal ini dapat ditunjukkan bahwa jika A adalah matrik n x n, maka polinom karakteristik A harus memenuhi n dan koefisien λ^n adalah 1. Jadi, polinom karakteristik dari matrik n x n mempunyai bentuk

$$\det(\lambda I - A) = \lambda^n + c_1\lambda^{n-1} + \cdots\cdots + c_n \quad \text{...(5)}$$

Pendekatan nilai eigen untuk matrik kuadrat (ordonya n x n) dapat dicari dengan menggunakan pemecahan persamaan karakteristiknya. Jika matrik tersebut merupakan matrik besar (nilai ordonya besar), maka proses mencari nilai eigen mempunyai banyak perhitungan yang rumit, sehingga diperlukan metode-metode lain untuk menyelesaikannya. Salah satu metode yang dapat digunakan untuk mencari nilai eigen suatu matrik besar adalah *metode pangkat (power method)* atau *metode pengulangan (iteration method).* Metode ini menghasilkan sebuah aproksimasi terhadap nilai eigen dengan nilai mutlak terbesar dan vektor eigen yang bersesuaian.

2.4 Grafik Representasi Matrik

Misalkan $S_1, S_2, \ldots, S_k \in B$

$$C_{kxk} = \begin{bmatrix} Tr(S_1S_1^t) & Tr(S_1S_2^t) & . & . & . & Tr(S_1S_k^t) \\ Tr(S_2S_1^t) & Tr(S_2S_2^t) & . & . & . & Tr(S_2S_k^t) \\ . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . \\ Tr(S_kS_1^t) & Tr(S_kS_2^t) & . & . & . & Tr(S_kS_k^t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \|S_1\|^2 & \langle S_1,S_2\rangle & . & . & . & \langle S_1,S_k\rangle \\ \langle S_2,S_1\rangle & \|S_2\|^2 & . & . & . & \langle S_2,S_k\rangle \\ . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . \\ \langle S_k,S_1\rangle & \langle S_k,S_2\rangle & . & . & . & \|S_k\|^2 \end{bmatrix} ;...(*)$$

Matrik C ini dapat dipandang sebagai matrik "kedekatan" antar elemen di E. Dengan mengetahui matrik "kedekatan" C, maka kedekatan antar matrik yang satu relatif terhadap yang lain dapat diketahui. Oleh sebab itu, C akan digunakan sebagai basis representasi grafik elemen E.

Karena $Tr(S_iS_j^t) = Tr(S_jS_i^t)$, maka $C_{ij} = C_{ji}$; artinya C simetris, juga dengan pendefinisian ini dapat ditunjukkan bahwa C semi definit positif (nilai eigen matrik C selalu ≥ 0). Karena C simetris, akibatnya $\exists\ L$ matrik ortogonal ($L^{-1} = L^t$) $\ni C = L\ \Lambda\ L$; Λ = matrik diagonal, dengan elemen diagonal utama adalah nilai karaktristik C.

Misalkan :

$$L = \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} & . & . & . & L_{1k} \\ L_{21} & L_{22} & . & . & . & L_{2k} \\ . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . \\ L_{k1} & L_{k2} & . & . & . & L_{kk} \end{bmatrix} = \left(L_1; L_2; ...;\ L_k\right) \qquad ....(6)$$

$$L_i = \begin{bmatrix} L_{1i} \\ L_{2i} \\ . \\ . \\ . \\ L_{ki} \end{bmatrix} \quad \text{dan} \quad \forall i = 1,....., k \qquad ....(7)$$

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & . & . & . & 0 \\ 0 & \lambda_2 & . & . & . & 0 \\ . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . \\ 0 & 0 & . & . & . & \lambda_k \end{bmatrix}; C = \left(L_1; L_2; ...; L_k\right) \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & . & . & . & 0 \\ 0 & \lambda_2 & . & . & . & 0 \\ . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . \\ 0 & 0 & . & . & . & \lambda_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_1^t \\ L_2^t \\ . \\ . \\ . \\ L_k^t \end{bmatrix}$$

Jadi $C = \sum_{i=1}^{k} \lambda_i L_i L_i^t$; dengan $L_i L_i^t = 1 \forall i = 1,2,..., k$ (karena L matrik ortogonal). Karena C definit positif, maka C dapat ditulis sebagai :

$$C = \sum_{i=1}^{k} \left(\sqrt{\lambda_i} L_i\right)\left(\sqrt{\lambda_i} L_i\right)^t \qquad ....(8)$$

dengan λ_i = nilai eigen matrik C

L_i = vektor eigen yang berkoresponden dengan λ_i dan merupakan himpunan ortonormal.

$$C = \left(\sqrt{\lambda_1} L_1\right)\left(\sqrt{\lambda_1} L_1\right)^t + \left(\sqrt{\lambda_2} L_2\right)\left(\sqrt{\lambda_2} L_2\right)^t + ... + \left(\sqrt{\lambda_k} L_k\right)\left(\sqrt{\lambda_k} L_k\right)^t$$

$$C = \begin{bmatrix} \lambda_1 L_{11}^2 + ... + \lambda_k L_{1k}^2 & \lambda_1 L_{11} L_{21} + ... + \lambda_k L_{1k} L_{2k} & . \; . \; . & \lambda_1 L_{11} L_{k1} + ... + \lambda_k L_{1k} L_{kk} \\ \lambda_1 L_{21} L_{11} + ... + \lambda_k L_{2k} L_{1k} & \lambda_1 L_{21}^2 + ... + \lambda_k L_{2k}^2 & . \; . \; . & \lambda_1 L_{21} L_{k1} + ... + \lambda_k L_{2k} L_{kk} \\ . & . & . \; . \; . & . \\ . & . & . \; . \; . & . \\ . & . & . \; . \; . & . \\ \lambda_1 L_{k1} L_{11} + ... + \lambda_k L_{kk} L_{1k} & \lambda_1 L_{k1} L_{11} + ... + \lambda_k L_{kk} L_{2k} & . \; . \; . & \lambda_1 L_{k1}^2 + ... + \lambda_k L_{kk}^2 \end{bmatrix} ;..(**)$$

C dapat dihampiri oleh

$$C = \left(\sqrt{\lambda_1}\, L_1\right)\left(\sqrt{\lambda_1}\, L_1\right)^t + \left(\sqrt{\lambda_2}\, L_2\right)\left(\sqrt{\lambda_2}\, L_2\right)^t \quad ....(9)$$

dimana :

λ_1 = nilai eigen terbesar dari matrik C
L_1 = vektor eigen yang bersesuaian dengan λ_1
λ_2 = nilai eigen terbesar kedua dari matrik C
L_2 = vektor eigen yang bersesuaian dengan λ_2

Dari (*) diperoleh :

$Tr(C) = \sum_{i=1}^{k} \|S_i\|^2$ = total kuadrat norm/ukuran dari matrik-matrik S_1 sampai dengan S_k , dan dipandang sebagai total ukuran penyebaran matrik-matrik S_1 sampai S_k.

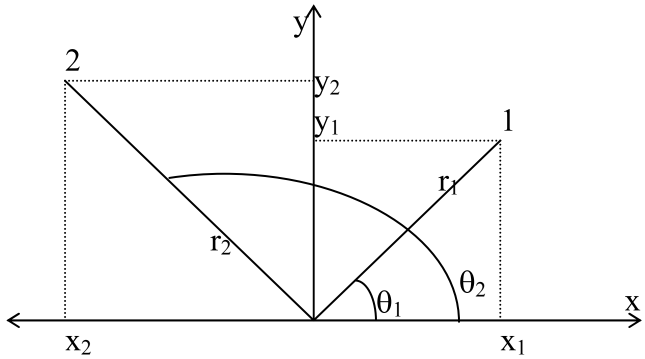
Sedangkan dari (**) diperoleh : $Tr(C) = \sum_{i=1}^{k} \lambda_i^2$ ....(10)

Sehingga $$\sum_{i=1}^{k} \|S_i\|^2 = \sum_{i=1}^{k} \lambda_i^2 \quad ....(11)$$

Menggunakan komponen utama, representasi C yang paling baik akan kita peroleh bila kita gunakan m buah komponen utama (vektor eigen yang pertama), dengan m < k. Dalam kasus ini kita gunakan m = 2. Jadi representasi C akan terletak pada dua bidang bidang (R^2). L_1 dan L_2 dijadikan komponen utama (karena saling ortogonal), sedangkan $\sqrt{\lambda_1} L_1$ dan $\sqrt{\lambda_2} L_2$ menyatakan posisi kedekatan matrik S_1, S_2,…, S_k pada bidang. Nilai absis dan ordinat yang digunakan dalam penggambaran grafik representasi matrik adalah sebagai berikut :

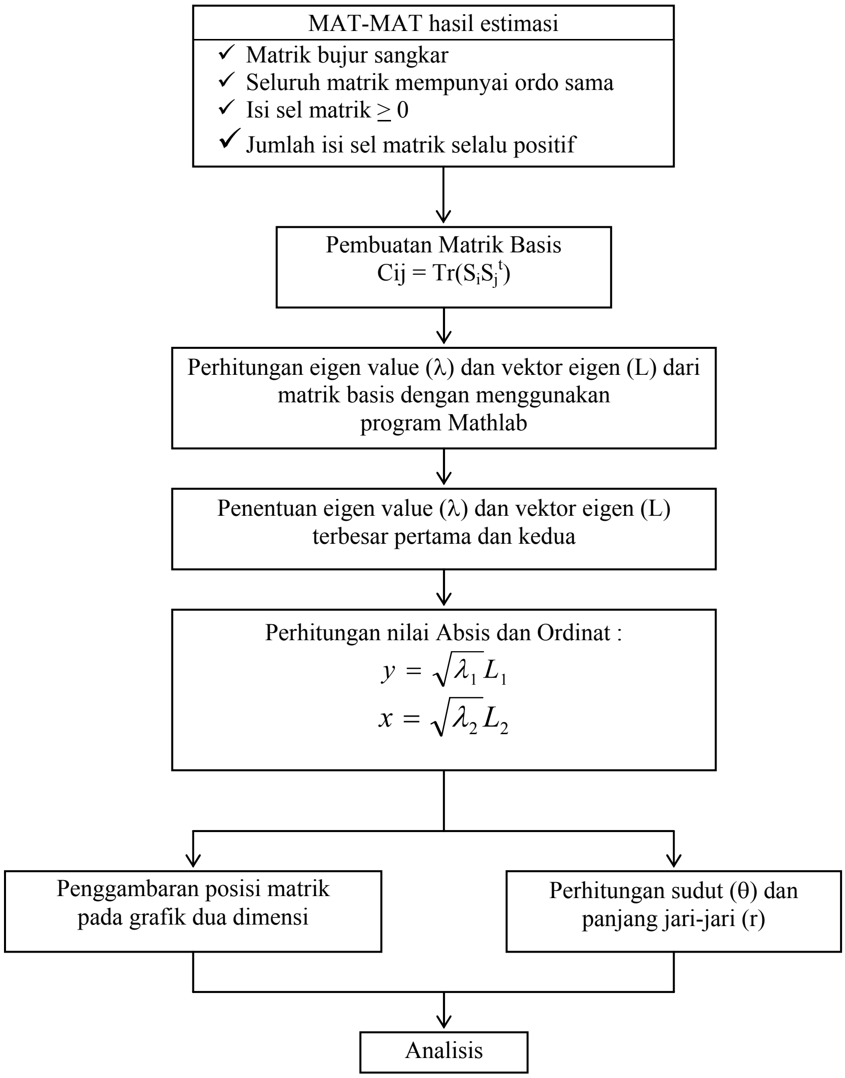
$$y = \sqrt{\lambda_1} L_1 \qquad \text{dan} \qquad x = \sqrt{\lambda_2} L_2 \qquad ……………………………..……..(12)$$

Nilai sudut (nilai θ) yang dibentuk oleh titik-titik posisi matrik dalam grafik terhadap garis horisontal (sumbu x) marupakan nilai tertentu dari pola suatu matrik terhadap pola mariks-matrik lainnya. Sehingga dua buah matrik atau lebih jika mempunyai nilai θ yang sama, maka matrik-matrik tersebut mempunyai pola matrik yang sama pula. Sedangkan nilai r (jarak antara titik posisi matrik dengan sumbu pusat grafik) merupakan perbandingan skalar dari matrik-matrik tersebut. Oleh karena itu kedekatan pola suatu matrik terhadap pola matrik lainnya dapat dilihat dari kedekatan nilai θ yang dibentuk oleh posisi matrik-matrik tersebut dalam grafik representasi matrik.



Gambar 2. Gambar Posisi MAT Pada Grafik Representasi

Metode perhitungan dan penggambaran Matrik dijelaskan dalam diagram alir berikut :



Gambar 3. Diagram alir metode perhitungan dan penggambaran Matrik

3. IMPLEMENTASI PADA MATRIK ARTIFISIAL

Untuk menguju coba metode ini, digunakanlah contoh kasus MAT dengan beberapa matrik bujur sangkar (ordo 4 x 4) dengan beberapa skenario :

1. Matrik pertama adalah matrik bujur sangkar sembarang (ordo 4 x 4)
2. Matrik kedua adalah matrik pertama dikalikan dua (2)
3. Matrik ketiga adalah matrik pertama dikalikan dengan setengah (0,5)
4. Matrik keempat adalah merupakan metrik hasil transpose dari matrik pertama.
5. Matrik kelima, keenam, dan ketujuh adalah matrik yang sama dengan matrik pertama, namun ada satu sel matrik yang diubah.

Matrik contoh yang dibuat adalah sebagai berikut :

$$S_1 = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 4 & 5 \\ 2 & 2 & 4 \end{bmatrix} \qquad S_2 = \begin{bmatrix} 4 & 6 & 2 \\ 2 & 8 & 10 \\ 4 & 4 & 8 \end{bmatrix} \qquad S_3 = \begin{bmatrix} 1 & 1.5 & 0.5 \\ 0.5 & 4 & 2.5 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$S_4 = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 2 \\ 1 & 5 & 4 \end{bmatrix} \quad S_5 = \begin{bmatrix} 2 & 3 & \underline{3} \\ 1 & 4 & 5 \\ 2 & 2 & 4 \end{bmatrix} \quad S_6 = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & \underline{2} & 5 \\ 2 & 2 & 4 \end{bmatrix} \quad S_7 = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 4 & 5 \\ \underline{1} & 2 & 4 \end{bmatrix}$$

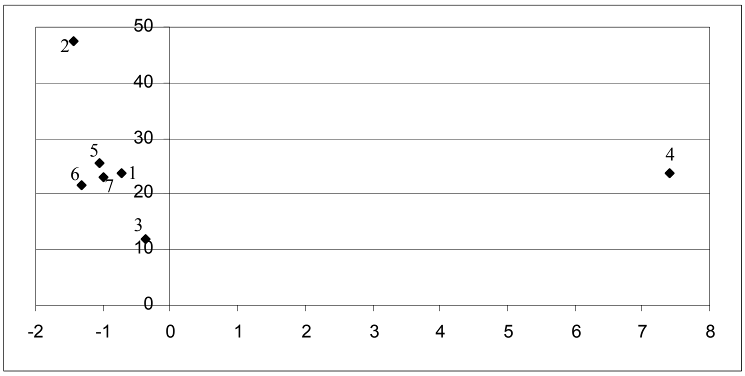
Keterangan data :

- Matrik S_1 dipilih sembarang data
- Matrik $S_2 = 2 \times S_1$
- Matrik $S_3 = 0.5 \times S_1$
- Matrik S_4 = Transpos matrik S_1
- Matrik S_5, S_6, S_7 : isi sel matriknya hampir sama dengan S_1, hanya ada satu isi sel matrik yang diubah (ditandai dengan garis bawah).

Setelah dilakukan perhitungan dan penggambaran ke dalam grafik representasi matrik, didapatkan nilai absis, ordinat, sudut (θ), dan jari-jari (r) sebagai berikut :

Tabel 1. Nilai Absis, Ordinat, Sudut dan Jari-jari Matrik Contoh

	Absis	Ordinat	sudut (θ)	jari-jari (r)
S_1	-0.7233	23.7689	91.743	23.779
S_2	-1.4467	47.5380	91.743	47.559
S_3	-0.3617	11.8845	91.743	11.890
S_4	7.3952	22.6110	72.657	23.779
S_5	-1.0389	25.3689	92.345	25.390
S_6	-1.3116	21.5423	93.484	21.582
S_7	-0.9780	23.0604	92.428	23.081



Gambar 4. Grafik Posisi Matrik *Artificial*

Setelah dilakukan perhitungan dan penggambaran terhadap matrik-matrik tersebut, maka dapat diambil pelajaran sebagai berikut :

1. Matrik kedua (S2) yang merupakan 2 x S1, memiliki posisi pada grafik yang cukup jauh bergesernya, hal ini dimungkinkan karena masing-masing sel kedua matrik tersebut bedanya cukup jauh.
2. Matrik ketiga (S3) yang merupakan 0,5 x S1, memiliki letak yang tidak terlalu jauh dari matrik pertama, hal ini karena masing-masing sel kedua matrik tersebut bedanya tidak terlalu jauh.
3. Matrik keempat (S4) yang merupakan transpose matrik pertama letaknya sangat jauh dari matrik pertama, bahkan sampai beda gradien dengan matrik pertama.
4. Matrik kelima, keenam, dan ketujuh memiliki letak yang berdekatan dengan matrik pertama. Hal ini karena isi sel matriknya cenderung tidak berbeda, hanya satu sel saja yang berubah.

4. KESIMPULAN

Kesimpulan yang dapat diambil dari uraian-uraian di atas antara lain :

1. *Eigen value* dan *eigen vector* adalah merupakan sebuah nilai yang menunjukkan karakteristik dari suatu matrik, yang sangat dipengaruhi oleh isi tiap-tiap sel matrik tersebut.
2. Grafik hasil perhitungan dan penggambaran beberapa matrik menunjukkan letak yang berbeda apabila isi sel matrik-matrik tersebut berbeda.
3. Grafik representasi matrik memiliki sensitifitas yang cukup tinggi terhadap perubahan isi sel matrik yang digambarkan.
4. Grafik representatif matrik dapat digunakan untuk melihat pola dan tingkat evolusi Matrik Asal Tujuan (MAT) Dinamis yang estimasi dari arus lalulintas.

DAFTAR PUSTAKA

Anton, Alih Bahasa Pantur Silaban dan I Nyoman Susila (1995), *Aljabar Linier Elementer*, Edisi Kelima (Indonesia), Erlangga, Jakarta, Indonesia.

Chatelin F (1993), *Eigenvalues Of Matrices*, John Wiley & Sons, New York.

Junaedi Tas'an (2001), *Studi Evolusi MAT Dinamis Akibat Adanya Fluktuasi Arus Lalulintas*, Magister Thesis, Institut Teknologi Bandung, Indonesia

Junaedi Tas'an (2008), *Analisis Perubahan Arus Lalulintas dan Pengaruhnya Terhadap Matrik Asal Tujuan (Studi Kasus di Kota Bandar Lampung)*, Jurnal Penelitian MEDIA TEKNIK SIPIL, Volume VIII, Jurusan Teknik Sipil, Fakultas Teknik, Universitas Sebelas Maret, Surakarta.

Khisty J.C and Lall BK (1998), *Transportation Engineering an Introduction*, International edition, Prentice Hall International (UK) Ltd, london

Kreyszig E (1993), *Advanced Engineering Mathematics*, seventh edition, John Wiley and Sons Ltd, New York

Magnus R.J (1990), *Matrix Differential Calculus With Applications In Statistics and Econometries*, John Wiley & Sons, New York

May A.D (1990), *Traffic Flow Fundamentals*, Prentice Hall International (UK) Ltd, London

Magid RA (1985), *Applied Matrix Models (A Second Course In Linear Algebra With Computer Applications*, John Wiley & Sons, New York.

Tamin O.Z (1997), *Perencanaan dan Pemodelan Transportasi*, Penerbit Institut Teknologi Bandung, Bandung, Indonesia

Tamin O.Z (1988), *The Estimation of Transport Demand Model from Trafic Counts*, PhD Dissertation of the University of London, University College London